軌道不安定な力学系の統計的性質はRによらないが，安定系のストカスチック運動はRによって起る。重要なことは力学方程式(1)（又は(3)）が与えられたとき遷移確率(2)を計算する方法を知ることである。これは乱流統計力学を作ることに他ならない。

参　考　文　献

1) K. Nakamura, Prog. Theor. Phys. **59** (1978) January.
2) E. N. Lorenz, J. Atoms. Sci. **20** (1963) 130.
3) R. Thom, Structural Stability and Morphogenesis, pp. 39–40.
4) K. Nakamura, Prog. Theor. Phys. **57** (1977) 1874.
5) K. A. Robbins, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **82** (1977) 309.
6) R. M. May, J. Theor. Biol. **51** (1975) 511; Nature 261 (1976) 459.

散逸力学系の分岐とErgode問題

北大・工　長　島　知　正
北大・理　島　田　一　平
北大・理　柴　田　　　清

我々はLorenz系について以下の新しい結果を得た。今まで知られていた乱流転移点$r_T\left(=\frac{\sigma(\sigma+b+3)}{\sigma-b-1}\right)$を越えた所で乱流解と安定周期解との間の交互の転移，$r_{c_1}<r_{c_2}<r_{c_3}$，が存在する。よっていわゆるLorenzアトラクタはベクトル場の変形に対しかならずしも安定でない。r_{c_1}とr_{c_3}での分岐は共通して次のようなものである。r_cの上からr_cに近づくと周期解が不安定化して2倍の周期の周期解が生じる“Brunovsky の bifurcation”が次々に起り（おそらく無限個の分岐点が集積して）r_cに到る。r_cを越えると巾のせまい，それ自身正のLyapounov数を持つ乱流解のアトラクタが次々に合併して大きなアトラクタに成長して行く。Rössller系でも同様の事が起こり，他のいくつかの場合（本研究会での富田先生の講演，Mayの差分方程式系など)も含めてBrunovskyタイプとでも呼ぶべき乱流発生の一つのタイプを形成しているようである。こうしたタイプの乱流解を持つ系には無限個のしかも任意に長い周期を持つ不安定周期解があること

が容易に想像できる。またLorenz 系において r_{c_1} と r_{c_3} とでBrunovsky bifurcation の起点となる周期解のタイプが異なる。それに対応して発生した乱流解の大域的様子も異なり，それらは位相同値でない。さらに r_{c_2} ではまったく異なった分岐をしているらしい。

つぎに散逸力学系に生じる準周期運動がベクトル場の変形に対して，どのようにふるまうかを一つの簡単な例についてのべる。あつかった系は W_1, W_2 を複素変数として

$$\dot{W}_1 = (1-C|W_1|^2)W_1 + D(W_2-2W_1) - EW_1W_2,$$

$$\dot{W}_2 = (1-C|W_2|^2)W_2 + D(W_1-2W_1)$$

である。$E=0.0$ で軌道が T^2 トーラス上の2重周期解に漸近するようパラメタC，Dをセットできる。このときEを正で大きくして行くと解の性質は次の4つの領域にしたがって変化する。(I) $0<E<0.08$；ある時間 T^2 トーラスを含む3次元領域を運動したのちに T^2 トーラス上の安定周期解におちる。3次元領域を運動する軌道のLyapounov数は >0 で初期条件によらない一定値をもち，周期軌道におちると $\to 0$ となる。
(II) $0.08<E<0.7$；T^2 トーラスを含む三次元領域を運動し，Lyapounov数は正で初期条件によらない一定値。(III) $0.7<E<1.0$；安定周期軌道。Lyapounov数 $\to 0$。
(IV) $1.0<E$；再びLyapounov数 >0 の運動。以上の結果から，T^2 トーラス上の二重周期解は小さな摂動に対して不安定で一種の引き込みをおこして周期解になり，ある有限の摂動のもとで軌道不安定な解に移行して行くことがわかる。

最後に，我々がこうした小自由度の散逸的力学系に生じる乱流的ふるまいに注目する理由は，それらが現実の乱流の重要な一面をとらえていると信ずる点にある事を強調したい。この間の対応はまだ決して明らかになったわけではないのではあるが。

参考文献

E. N. Lorenz, J. Atoms. Sci. **20** (1963), 130.
Y. Aizawa and I. Shimada, Prog. theor. Phys. **57** (1977).
T. Nagashima and I. Shimada, Prog. theor. Phys. **58** (1977).
I. Shimada and T. Nagashima (to appear).

および本研究会での，中村，富田，藤坂，木立，各氏の講演。